

*Geographic Information Technology Training Alliance (GITTA) presents:*

# **Erreichbarkeit**

**Verantwortliche Personen: Helmut Flitter, Robert Weibel**



# Inhaltsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| 1. Erreichbarkeit .....  | 2  |
| 1.1. Raum, Objekt und Distanzbeziehung .....                                     | 3  |
| 1.1.1. Metrik .....  | 4  |
| 1.1.2. Diskretisierung des Raumes .....  | 7  |
| 1.1.3. Räumliche Einschränkungen (engl. spatial constraints) .....               | 8  |
| 1.2. Uneingeschränkte Analyse von Distanzbeziehungen .....                       | 12 |
| 1.2.1. Distanzbeziehungen: Verschiedene Methoden zur Analyse von Distanzen ..... | 13 |
| 1.2.2. Distanzzonen: Distanzpuffer und Distanztransformation .....               | 14 |
| 1.2.3. Erstellen eines Distanzpuffers .....                                      | 15 |
| 1.2.4. Thiessen-Polygone .....   | 19 |
| 1.2.5. Übung .....   | 21 |
| 1.3. Zusammenfassung .....   | 22 |
| 1.4. Literaturempfehlungen .....   | 23 |
| 1.5. Glossar .....   | 24 |
| 1.6. Bibliographie .....   | 25 |

# 1. Erreichbarkeit

In der räumlichen Analyse interessieren oft nicht nur die Eigenschaften der untersuchten Objekte selbst, sondern v. a. die Beziehungen zwischen ihnen. Wie in der Lektion „Räumliche Abfragen“ ausführlich diskutiert wird, können mannigfaltige Beziehungen zwischen Objekten untersucht werden. Es können zunächst einmal thematische (oder semantische), räumliche und zeitliche Beziehungen festgestellt werden. Die räumlichen Beziehungen können unterschieden werden in: topologische Beziehungen, Richtungsbeziehungen und Distanzbeziehungen. Von diesen drei räumlichen Beziehungen interessieren in dieser Lektion vor allem die Distanzbeziehungen. Durch Methoden, die solche Distanzen oder Proximitäten ermitteln lassen, können Antworten auf Fragen gefunden werden, wie:

- Welches ist der nächste Bahnhof?
- Wie viele Apotheken gibt es im Umkreis von 300m von einem bestimmten Standort?
- Welches ist die beste Wohnlage, wenn der gesamte Weg zwischen Kindergarten, Schule und Einkaufsmöglichkeit minimal sein soll?
- Wie viele Einwohner leben im Einzugsgebiet eines Einkaufszentrums?

Räumliche Objekte werden in einem GIS üblicherweise (im 2D-Fall) durch die geometrischen Primitiven Punkt, Linie oder Polygon geometrisch repräsentiert und können zusätzlich deskriptive Eigenschaften (Attribute) besitzen. Während die erste Unit die Grundlagen der Distanzbeziehungen einführt (Unit: **Raum-Objekt-Distanzbeziehung**), diskutiert die zweite Unit Methoden der Berechnung von Distanzbeziehungen (Unit: **Uneingeschränkte Analyse von Distanzbeziehungen**). Eine weitere Lektion zum Thema Erreichbarkeit erläutert Methoden der Charakterisierung und Analyse von Netzwerken ([Intermediate Accessibility](#)).

## Lernziele

- Sie kennen die verschiedenen möglichen Distanzbeziehungen zwischen den verschiedenen geometrischen Primitiven (Punkte, Linien, Polygone).
- Sie können das Prinzip der Distanzformationen für Raster- und Vektormodell erklären und kennen die Vor- und Nachteile der beiden Modelle.
- Sie verstehen das Prinzip der Thiessen-Polygone als Mass der Nähe und als Konzept von „Einzugsgebieten“ sowie Proximitätsregionen um Punkte und sind in der Lage dies auf Papier zu konstruieren.
- Sie kennen einfache Anwendungen der Distanztransformation, des Distanzpuffers und der Thiessen-Polygone.

### 1.1. Raum, Objekt und Distanzbeziehung

Der *Raum*<sup>1</sup> kann als eine Relation (Beziehung) einer Menge von Objekten verstanden werden. Dadurch können durch verschiedenartige Beziehungen verschiedenste Typen von Räumen erzeugt werden. Im Vordergrund steht hier die Distanz als Relation zwischen den Objekten. Die euklidische (geradlinige) Distanz ist vielleicht das einfachste Beispiel für eine Distanzrelation. Objekte können beliebige Dinge sein, die von Interesse sind. Konkret können diese Objekte Sehenswürdigkeiten in Manhattan sein, und die Relation, die diese Sehenswürdigkeiten verbindet, ist die "Distanz".



Ausschnitt aus der Karte von Manhattan

Im Folgenden werden die drei wesentlichen Einflussfaktoren zur Berechnung von Distanzen zwischen Raumobjekten in praktischen GIS-Anwendungen besprochen:

- Metrik
- Diskretisierung des Raumes
- Räumliche Einschränkungen

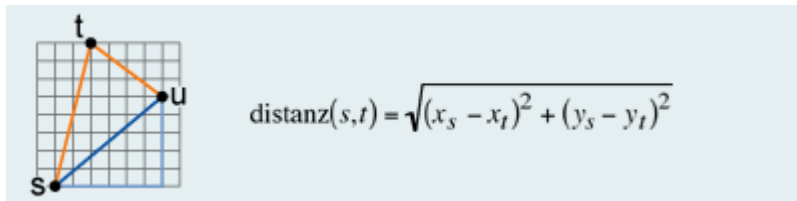
---

<sup>1</sup> Die Menge von Objekten, denen Merkmale zugeordnet sind, zusammen mit einer Beziehung oder Beziehungen, die auf diese Menge definiert wird oder werden.

### 1.1.1. Metrik

Mit Hilfe einer Metrik können Lage, Richtung und Abstand von Raumobjekten definiert werden. Damit lassen sich beispielsweise Distanzen zwischen Objekten berechnen, kürzeste Wege finden, und es lässt sich der nächste Nachbar identifizieren.

Die euklidische Distanz ist ein Beispiel dafür, was die Mathematik unter einer Metrik versteht. Unter einer Metrik kann einfachheitshalber eine Distanzfunktion verstanden werden. Aus der Schule ist Ihnen der Satz des Pythagoras sicher noch bekannt.



Beispiel euklidische Metrik

Damit von einer Metrik im mathematischen Sinne gesprochen werden kann, müssen die unten folgenden drei Bedingungen erfüllt sein.

#### Metrischer Raum

Ein Menge von Punkten  $S$  wird metrischer Raum genannt, wenn eine Funktion  $\text{distanz}()$  existiert, welche geordnete Paare  $(s, t)$  von Elementen aus  $S$  zuweist und eine reelle Zahl  $\text{distanz}(s, t)$  als Wert zurückgibt, der den folgenden drei Bedingungen genügt:

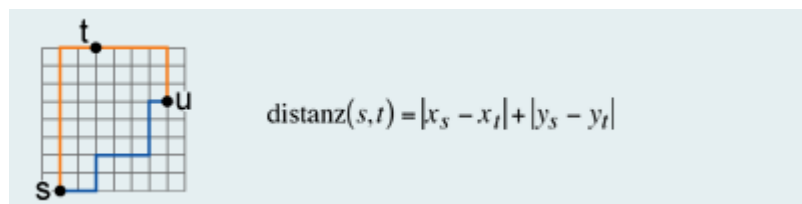
1. Für jedes Paar  $s, t$  in  $S$ ,  $\text{distanz}(s, t) > 0$ , wenn  $s$  und  $t$  disjunkte Punkte sind und  $\text{distanz}(s, t) = 0$ , wenn, und nur wenn,  $s$  und  $t$  identisch sind.
2. Für jedes Paar  $s, t$  in  $S$ , ist die Distanz von  $s$  zu  $t$  gleich wie die Distanz von  $t$  zu  $s$ ;  $\text{distanz}(s, t) = \text{distanz}(t, s)$ .
3. Für jedes Tripel  $s, t, u$  in  $S$  ist die Summe der Distanzen von  $s$  zu  $t$  und von  $t$  zu  $u$  immer mindestens so gross, wie die Distanz von  $s$  zu  $u$ , das bedeutet:  
 $\text{distanz}(s, t) + \text{distanz}(t, u) \geq \text{distanz}(s, u)$ .  
Diese Bedingung ist auch als Dreiecksungleichung bekannt, mit der zusätzlichen Einschränkung, dass die drei Punkte nicht auf einer Geraden liegen.

Die erste Bedingung legt fest, dass die Distanz zwischen zwei Punkten immer eine positive Zahl sein muss, ausser es handelt sich um identische Punkte, womit die Distanz gleich 0 wäre. Die zweite Bedingung stellt sicher, dass die Distanz unabhängig davon ist, in welche Richtung sie gemessen wird. Sie besagt auch, dass die Distanz symmetrisch ist. Die dritte Bedingung bedeutet, dass eine direkte Reise zwischen zwei Punkten maximal so weit ist, wie die Reise über einen dritten Punkt.

Es gibt verschiedene Metriken. Sie finden vor allem in der digitalen Bildverarbeitung Anwendung, wie zum Beispiel in der Fernerkundung. In einem GIS wird vor allem die euklidische Metrik angewendet. Um zu zeigen, welchen Einfluss die gewählte Metrik auf die Distanzberechnung hat, wird die Manhattan-Metrik – auch Cityblock-Metrik oder Taxidriver-Metrik genannt – eingeführt. Gerade an der Karte von Manhattan kann gezeigt werden, dass die Luftlinie in den meisten Fällen nicht geeignet ist, um physisch wirklich überwindbare Distanzen anzugeben. Manhattan ist keine flache, leere Ebene, sondern ist durch sein Strassennetz strukturiert.

## Erreichbarkeit

Die Manhattan-Metrik folgt derselben Logik wie die Fahrt mit einem Taxi in Manhattan: Das Taxi fährt zum Beispiel zwei Blocks nach Norden und anschliessend drei Blocks nach Osten. Es sind also nur Fahrten entlang der vier Haupthimmelsrichtungen möglich, diagonale Fortbewegung durch Häuser ist nicht erlaubt. Formal wird die Manhattan-Metrik wie folgt definiert:



Beispiel Manhattan-Metrik

Die Manhattan-Metrik erfüllt alle drei der oben aufgestellten Bedingungen für eine Metrik. Sie ist aber gegenüber der Ausrichtung des Koordinatensystems veränderlich. Werden die Achsen des Koordinatensystems neu orientiert (zum Beispiel um 45 Grad gedreht), dann verändert sich auch die Distanz. Es ist sinnvoll, diese Metrik nur in Städten anzuwenden, die eine rasterähnliche Struktur haben, und die Koordinatenachsen den Strassen folgen zu lassen.

Eine weitere Einschränkung von Metriken für die Distanzberechnung betrifft die Berücksichtigung der Gestalt der Erde. Das Ziel bei der Kartenherstellung ist es, die "Kugelform" der Erde auf eine Ebene abzubilden. Bei kleinmassstäblichen Karten kann zum Beispiel das geografische Koordinatensystem (Längen und Breiten) in die Ebene abgebildet werden. Das entstandene Koordinatennetz ist aber krummlinig. Für viele Anwendungen und zur Vereinfachung der Berechnungen und Analysen ist es geeigneter, wenn die Karte in einem ebenen kartesischen (rechtwinkligen) Koordinatensystem vorliegt. Dies gilt meistens für Karten mit grossem Massstab (z. B. 1:25'000 bis 1:500'000) wie in der Landeskarte der Schweiz. Bei solchen Karten von Räumen beschränkter Ausdehnung kann die Krümmung der Erdoberfläche vernachlässigt werden. Handelt es sich um Karten mit kleinem Massstab (unter 1:500'000), muss dies jedoch in der Berechnung von Distanzen berücksichtigt werden, das heisst, es muss mit sphärischen Distanzen gerechnet werden.

### Einzugsgebiete von Einkaufszentren

Die Karte zeigt die Standorte von vier Warenhäusern. Es ist nicht bekannt, von wo die Kunden stammen. Es wird für eine Analyse Folgendes angenommen: Kunden bevorzugen dasjenige Warenhaus, das am nächsten bei ihrem Wohnort liegt. Zu diesem Zweck wird gemäss der gewählten Metrik die Distanz zwischen zwei benachbarten Warenhäusern halbiert. Die so entstandenen Grenzen weisen den Einkaufszentren ihr Einzugsgebiet zu. Jede Fläche umfasst alle Punkte (Wohnorte), die näher zu dem dazugehörigen Einkaufszentrum liegen. Die so entstandenen Flächen werden Thiessen-Polygone genannt. Wie diese Polygone konstruiert werden, wird in der Unit "**Analyse von Distanzbeziehungen**" ersichtlich. Die Animation zeigt, welchen Einfluss die gewählte Metrik auf die Berechnung von Distanzen hat.

Dieses Element (Animation, Video etc.) kann nicht dargestellt werden und ist nur in der Onlineversion sichtbar. [\[link\]](#)

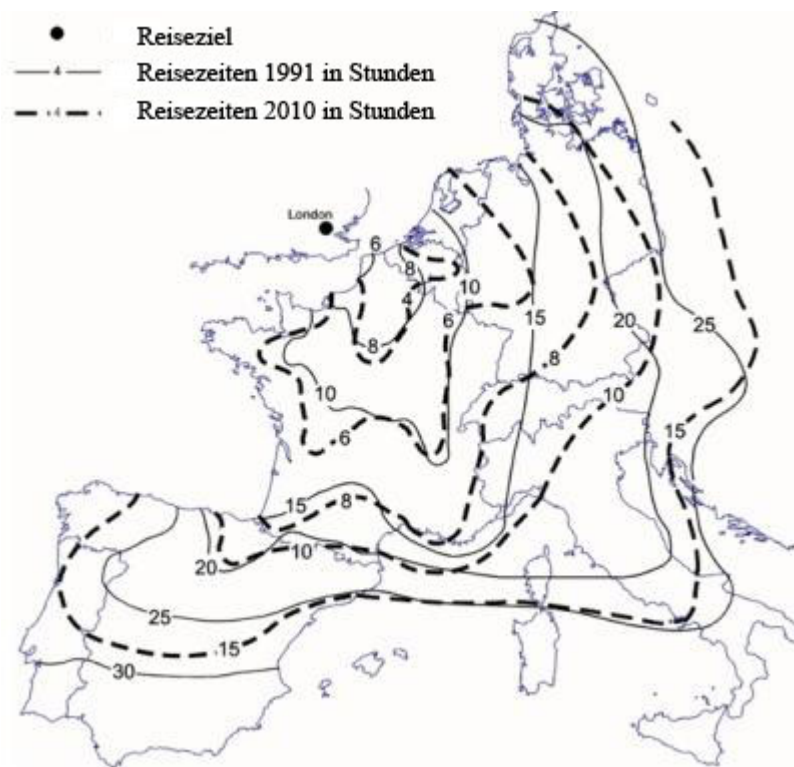
### Zeit als Distanzmass

Ein weiteres Distanzkonzept ist die Wegzeit. Dieses Konzept soll anhand von zwei Karten illustriert werden:

1. *Isochronenkarten*<sup>2</sup> (Karten mit Linien gleicher zeitlicher Entfernung)
2. *Zeitkarten*<sup>3</sup> (Transformation des geographischen Raumes in einen Zeitraum)

### Isochronenkarten:

Die Abbildung zeigt eine Isochronenkarte der Reisezeiten mit der Eisenbahn von London aus für die Jahre 1991 bis 2010 (Spiekermann 1999). Isochronenkarten geben räumlich die zeitlichen Entfernungen aller Punkte die auf einer Karte zu einem bestimmten Ort (z.B. London) wieder. Wo die Isochronen weit auseinander liegen, wird pro Zeiteinheit viel Raumdistanz überwunden bzw. ist das Streckennetz gut ausgebaut, z.B. in Frankreich durch TGV von Lyon nach Paris. Ein Nachteil der Isochronenkarte ist, dass sich zeitliche Entfernungen jeweils nur von einem Ausgangspunkt darstellen lassen und dass die Darstellung der geschichtlichen Entwicklung über mehrere Jahre unübersichtlich wird.



Beispiel einer Isochronenkarte (Spiekermann 1999)

### Zeitkarten:

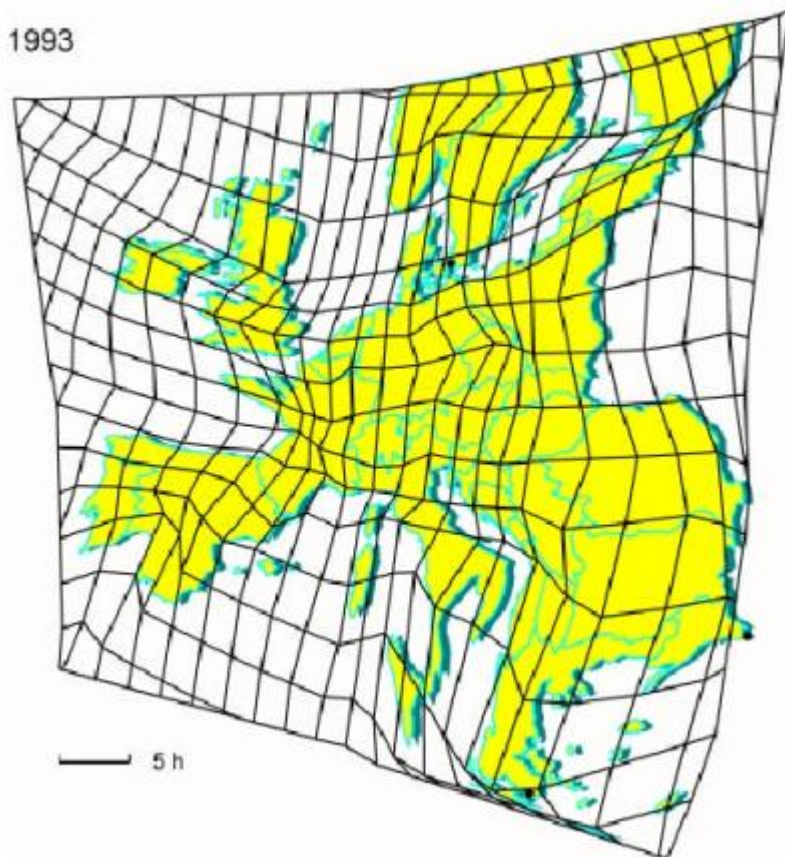
Die Abbildung einer Zeitkarte für den Eisenbahnverkehr 1993 stammt wiederum aus (1999). Zeitkarten basieren auf einer mathematischen Methode zu Transformation des euklidischen Raums in den "Zeit-Raum". Schnellere Verkehrsmittel lassen den Raum schrumpfen. Die Orte bewegen sich aufeinander zu. Die Abstände zwischen zwei Punkten auf der Karte sind nicht mehr proportional zur räumlichen Distanz, sondern

---

<sup>2</sup> Isochronenkarten stellen durch Isolinien die Reisezeiten zu oder von einem Ausgangspunkt dar und machen dadurch verkehrsgünstige bzw. -ungünstige Räume erkennbar

<sup>3</sup> Karten deren Elemente so dargestellt werden, dass die Abstände zwischen den Punkten auf der Karte nicht mehr proportional zur räumlichen Distanz zwischen ihnen sind, wie bei topographischen Karten, sondern proportional zu den Reisezeiten zwischen ihnen. Der Kartenmassstab wird also nicht durch Raumeinheiten, sondern durch Zeiteinheiten gebildet.

proportional zu den Reisezeiten zwischen ihnen. Der Kartenmassstab wird also durch Zeiteinheiten gebildet. Die bereits 1993 existierenden TGV-Linien lassen Frankreich schrumpfen, während Südosteuropa relativ dazu wegen der schlechten Schienenverkehrsinfrastruktur aufgebläht wird.



*Zeitkarte am Beispiel von Reisezeiten (Spiekermann 1999)*

### 1.1.2. Diskretisierung des Raumes

#### Diskretisierung des Raumes und Genauigkeit

In einem GIS können Phänomene hauptsächlich auf zwei Arten modelliert werden: im *Raster*-<sup>4</sup> und im *Vektormodell*<sup>5</sup>.

#### **Rastermodell:**

In einem Rastermodell werden die räumlichen Objekte in gleich grosse Rasterzellen zerlegt. Bei diesem Modell ist die Diskretisierung des Raums offensichtlich. Es eignet sich besonders, um kontinuierliche physikalische Phänomene zu modellieren. In der Schweiz werden beispielsweise Temperaturen in unregelmässig verteilten Wetterstationen gemessen. Möchte man nun aus diesen über den Raum verstreuten Punktdaten eine Rasterkarte

---

<sup>4</sup> Datenstruktur die räumlichen Objekten in gleich grosse Rasterzelle zerlegt. Es eignet sich besonders, um kontinuierliche physikalische Phänomene zu modellieren.

<sup>5</sup> Datenstruktur die auf gerichteten Strecken (Vektoren) in einem Koordinatensystem basiert. Basisdatentypen sind Punkt, Linie und Fläche. Durch eine Liste von x,y-Koordinaten wird jedes Objekt exakt beschrieben. Die Semantik wird den geometrischen Elementen zugeordnet indem im Vektormodell Verknüpfungen explizit definiert werden.

erstellen, so können über physikalische Gesetzmässigkeiten die Werte für die fehlenden Rasterzellen abhängig von der Distanz zu den Messorten berechnet (interpoliert) werden. Die Genauigkeit der Distanzermittlung ist dabei alleine von der Maschenweite des Rastermodells abhängig (10m, 20m usw.).

### **Vektormodell:**

Beim Vektormodell ist die Diskretisierung nicht so offensichtlich. Die Objekte in einem Vektormodell sind randscharf repräsentiert. Es werden so vorzugsweise von Menschen gemachte, also künstliche Phänomene (engl. man-made objects) repräsentiert wie zum Beispiel Landparzellen oder Strassen. Die Diskretisierung ist hier abhängig von der Präzision, mit der die Daten in einem GIS gespeichert werden. Die zwei wichtigsten Datentypen sind ganze Zahlen (engl. integers) und Gleitkommazahlen (engl. floating point numbers). Bei beiden Datentypen sind jeweils positive wie negative Werte möglich. Bei Gleitkommazahlen wird zusätzlich zwischen einfacher (engl. single precision) und doppelter Genauigkeit (engl. double precision) unterschieden. Weiteres über Raster- und Vektormodelle ist in dem Modul "Spatial Modeling" (Lesson: [Digital Models](#)) erläutert.

### **1.1.3. Räumliche Einschränkungen (engl. spatial constraints)**



*Eine Strasse kann beispielsweise für kleine Tiere eine räumliche Einschränkung sein. (Photo: Joël Fisler)*

Der geographische Raum und der metrische Raum unterscheiden sich in ihren Eigenschaften wesentlich. Für viele Anwendungen der räumlichen Analyse genügt der metrische Raum, und Distanzmasse sind die Grundlage vieler Berechnungen. In der geographischen Raumanalyse sind Beziehungen zwischen Objekten aber nicht nur durch die reinen metrischen Distanzen bestimmt, die auf dem gegebenen Koordinatensystem berechnet werden können. Will man die Struktur der im Raum angeordneten Objekte erklären, sind meist Einschränkungen bzw. Rahmenbedingungen zu berücksichtigen. Wir gingen bis jetzt stillschweigend davon aus, dass der Raum

zwischen den Objekten homogen und in alle Richtungen gleich ausgeprägt (also isotrop) ist. Nichts hat die Distanzberechnung beeinflusst ausser der verwendeten Metrik! Der Raum ist aber in den seltensten Fällen homogen und isotrop.

Ein Beispiel soll dies verdeutlichen. Die kürzeste Verbindung in einem Rechteck ist die Diagonale. Möchte man dieses Rechteck zu Fuss durchqueren, dann wählt man sehr wahrscheinlich diese Diagonale. Wenn nun dieses Rechteck ein Maisfeld ist, muss mehr Aufwand geleistet werden, um das Rechteck zu durchqueren, als wenn dieses Feld eine frisch geschnittene Wiese wäre und es könnte – wenn ein Stier auf der Wiese steht – sogar sinnvoll sein, dieses Feld zu umgehen. Der Aufwand, der geleistet wird, um diesen "Reibungswiderstand" zu überwinden, wird als Kosten bezeichnet. Dieser Reibungswiderstand wird auch als Friktion bezeichnet. Steht in einem ausgewählten Gebiet für jede Raumeinheit der Aufwand für ihre Überwindung zur Verfügung, spricht man von Kostenoberflächen. Mit solchen Kostenoberflächen kann man Distanzen gewichten.



*Eisenbahnlinien trennen den Raum und können als räumliche Einschränkung aufgefasst werden. (Photo: Joël Fisler)*

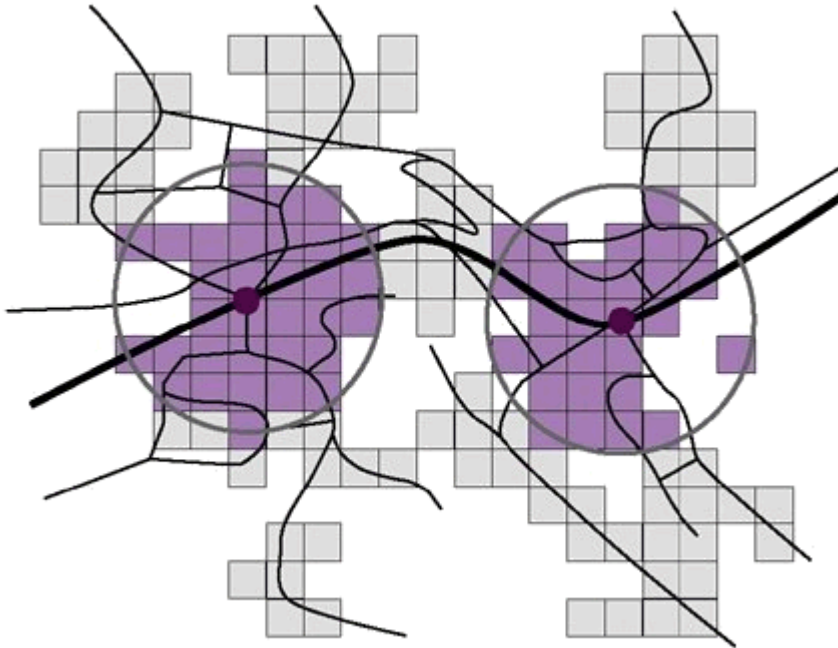


*Für gewisse Menschen stellen auch Check-Points eine räumliche Einschränkung dar. (Photo: Joël Fisler)*

Bis jetzt haben wir die Distanzen entlang von Strassennetzen in Manhattan oder aufgrund der Luftlinien betrachtet. Strassennetze können Einbahnstrassen oder Hindernisse wie Barrieren enthalten oder aus verschiedenen Strassenklassen wie Haupt- und Nebenstrassen bestehen, wo unterschiedliche Geschwindigkeitslimiten gelten. Will man den schnellsten Weg zwischen einem Ausgangsort und einem Ziel berechnen, müssen diese Attribute, die den Strassen zugeordnet sind, berücksichtigt werden. Ist man anstelle der schnellsten Flugverbindung von Zürich nach Havanna an der kostengünstigsten Verbindung interessiert, kann es sein, dass ein indirekter Flug zum Beispiel mit Umsteigen in Paris bedeutend günstiger ist. Somit ist die indirekte Verbindung in monetären Einheiten kürzer als die direkte. Oft sind praxis-relevante Distanzen also weder symmetrisch noch macht die Dreiecksungleichung Sinn. Daraus folgt, dass Räume für geographische Fragestellungen nicht nur über eine Metrik definiert werden können und dass es daneben auch nicht-metrische Räume gibt.

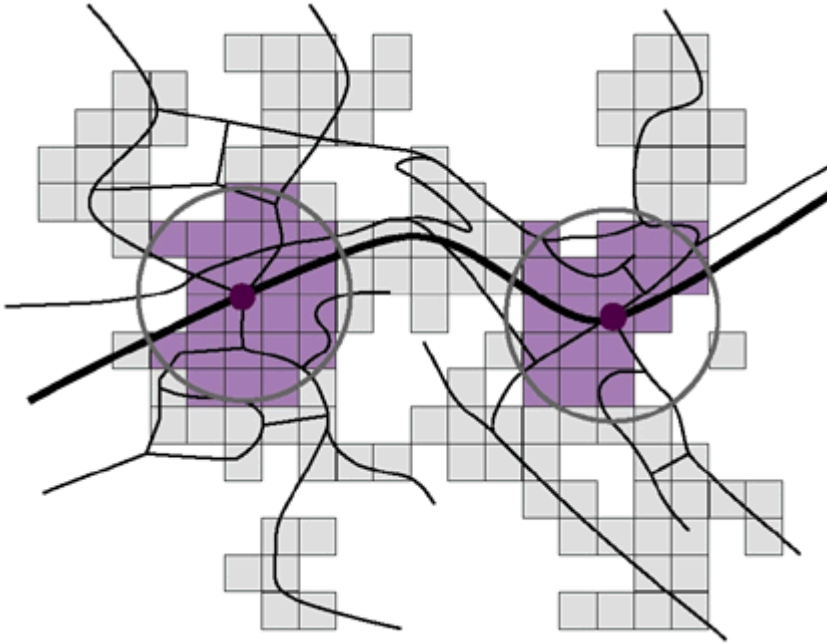
### Einzugsgebiet von Bahnstationen

Das folgende Beispiel stammt aus Jermann (2002). Eine Bahnlinie bedient eine Ortschaft mit zwei Haltestellen. Buslinien dienen als Zubringer. Dem Liniennetz ist ein Hektarraster unterlegt. Es ist bekannt, wie viele Einwohner und Arbeitsplätze pro Rasterzellen existieren. Man möchte nun wissen, wie gross das Potenzial jeder Haltestelle ist, das heisst, wie viele Menschen potenziell diese Bahnstation benützen. Es ist empirisch in Metern bekannt, wie gross die Anziehungskraft einer solchen Haltestelle ist und dies wird zunächst über die Luftlinie modelliert. Dies ergibt einen Kreis um jede Bahnstation (Abbildung 1). Die Einwohner oder die Arbeitsplätze in den eingefärbten Rasterzellen innerhalb der Kreisfläche sind die potenziellen Kunden. Bei dieser ersten Annäherung wurden noch keine Friktionen (oder Kosten der Distanzüberwindung) berücksichtigt.



*Modellierung des Einzugsbereichs über die Luftdistanz (Jermann 2002)*

Das Modell wird in einem zweiten Schritt verfeinert. Hinzu kommt die durchschnittliche Anmarschzeit und ein allgemeiner Umwegfaktor. Das Einzugsgebiet wird nun über eine Zeit definiert. Das Gebiet wird beispielsweise innerhalb einer festgelegten Anmarschzeit zu den Bahnstationen bestimmt. Aus der Literatur ist bekannt, dass die durchschnittliche Fussgängergeschwindigkeit 4,5 km/h beträgt; damit kann der Radius berechnet werden. Anmarschwege weisen gegenüber der Luftlinie einen Umweg auf. Ein gebräuchlicher empirischer Wert für den Umwegfaktor ist 1,25. Damit verkleinert sich der Radius um 20%.

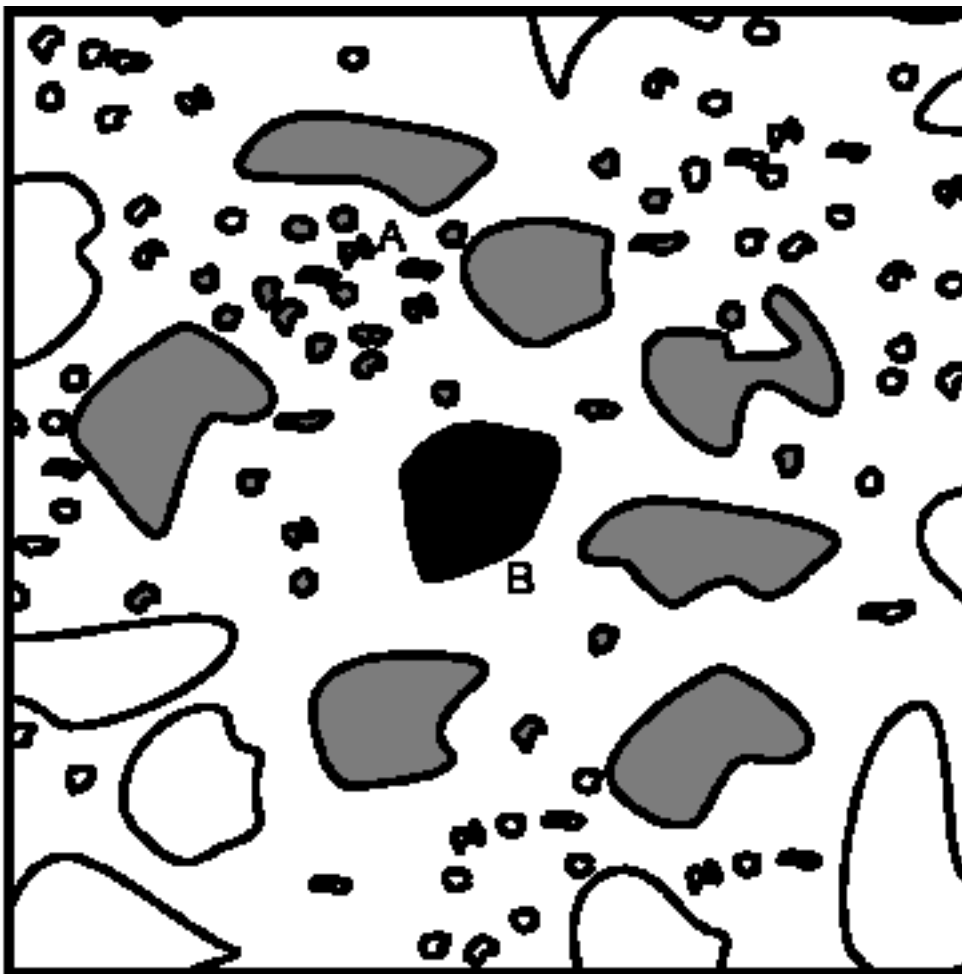


*Modellierung des Einzugsbereichs über die Luftdistanz mit Umwegfaktor (Jermann 2002)*

Modelle dieser Art können noch weiter verfeinert werden. Solche Erweiterungen werden von (2002) für Potenzialmodelle des Öffentlichen Verkehrs detailliert diskutiert.

### 1.2. Uneingeschränkte Analyse von Distanzbeziehungen

Diese Unit beschäftigt sich mit der Analyse von Distanzen zwischen räumlichen Objekten. Uneingeschränkt bedeutet, dass keine räumlichen Einschränkungen berücksichtigt werden, die die Ermittlung von Distanzbeziehungen zwischen Objekten irgendwie physisch beschränken könnten wie beispielsweise Verkehrsnetze, die Topographie des Geländes oder Siedlungsgebiete. Es kann durchaus sinnvoll sein, in einer ersten Näherung ohne einschränkende Bedingungen zu arbeiten, wenn Informationen fehlen, die es erlauben, diese Bedingungen festzulegen. Die Bezeichnung "Nähe" (Proximität) verweist auf eine gewisse Ungenauigkeit. Als qualitative Begriffe können hierfür verwendet werden: "nahe", „weit“ oder „in der Nachbarschaft von“. Für ein GIS muss „Nähe“ objektiviert und operationalisiert werden. Diesem Mass muss ein Distanzkonzept zugrunde gelegt werden z. B. die euklidische Distanz oder Wegzeiten (vgl. Unit 1 dieser Lektion). In einem zweiten interpretativen Schritt muss sodann entschieden werden, welche Einheiten eine Nähe definieren und wie sie sich von anderen unterscheidet. Es gibt im Sinne der angepeilten Anwendung nur geeignete und weniger geeignete Masse, nicht aber richtige oder falsche. Es ist daher wichtig, dass man für die untersuchten Objekte eine sinnvolle Nachbarschaftsbeziehung definiert. In Abbildung 1 ist das Objekt B gross, und seine Nachbarschaft (grau eingefärbt) ist hauptsächlich bestimmt durch benachbarte grosse Objekte, während Objekt A (Abbildung 2) kleiner ist und sich auf eine andere Nachbarschaft bezieht, hauptsächlich bestimmt durch lokale kleinere Objekte. Es ist ersichtlich, dass A in die lokale Umgebung von B gehört, aber es ist nicht unbedingt der Fall, dass B in die lokale Umgebung von A gehört.



*Distanz und Nähe ist kontextabhängig und nicht symmetrisch (Worboys 1996)*



*Distanz und Nähe ist kontextabhängig und nicht symmetrisch (Worboys 1996)*

In Analysen der Nähe oder Nachbarschaft geht es häufig um Einflussgebiete oder Einzugsgebiete im Zusammenhang mit Angebot und Nachfrage. Häufige Fragen in diesem Zusammenhang sind:

- Welche oder wie viele Apotheken liegen im Umkreis von 300m um einen bestimmten Standort?
- Welches sind die Einzugsgebiete von Warenhäusern?
- Wie viele Haushalte werden mit der Sendeleistung einer Mobilfunkantenne erreicht?
- Liegt ein bestimmter Stadtteil in der Lärmzone einer Autobahn?

### **1.2.1. Distanzbeziehungen: Verschiedene Methoden zur Analyse von Distanzen**

In der Folge werden einige Methoden zur Berechnung von Distanzen zwischen Raumobjekten erörtert. Wegen der unterschiedlichen Art der Diskretisierung des Raums wird dabei zwischen Vektor- und Rastermodell unterschieden.

### 1.2.2. Distanzzonen: Distanzpuffer und Distanztransformation

Neben der Ermittlung von (kürzesten) Distanzen zwischen Objekten ist eine weitere wichtige Anwendung in einem GIS das Festlegen von Distanzzonen. Mit dieser Funktion wird jeder Raumstelle ein Distanzwert zum entsprechend nächsten Bezugsobjekt zugewiesen. Die Bildung von Distanzzonen ist für Vektor- und Rastermodell in der Lösung sowie in der Verwendung verschieden.

#### Vektormodell

Vektormodelle werden meist zur Modellierung von randscharfen Phänomenen verwendet. Distanzzonen im Vektormodell ergeben wiederum klare, randscharfe Polygone. Es wird deshalb der Begriff Distanzpuffer (engl. buffer) anstelle des allgemeineren Begriffs Distanzzone verwendet. Die Berechnung eines solchen Distanzpuffers ergibt als Resultat immer eine Fläche (d. h. ein Polygon), egal, ob von Punkten, Linien oder Flächen ausgegangen wird. Gesucht ist die Umrisslinie (Grenzlinie) dieser resultierenden Fläche, die in einem Abstand  $l$  das Ausgangsobjekt umrandet (vgl. untenstehende Animation). Der Berechnung von Distanzpuffern liegt eine euklidische Metrik zugrunde. Weitergehende Möglichkeiten, wie sie im Rastermodell einfach realisiert werden können, sind nur aufwendig erreichbar. So können ineinander geschachtelte Distanzzonen (z. B. 0–500 m, 501–1000 m, 1001–2000 m) nur durch wiederholte Berechnung und anschliessendes Verschneiden der Puffer als Polygone (engl. polygon overlay) realisiert werden. Die Möglichkeiten der Pufferbildung im Vektormodell sind beschränkter als beim Rastermodell. Dennoch gibt es einige Möglichkeiten, Distanzpuffer zu variieren (Animation unten):

- Die Form eines Puffers kann variiert werden. So kann z. B. das Ende von Puffern um Linien entweder flach oder rund sein.
- Pufferdistanzen können abhängig von einem Attributwert der Ausgangsobjekte berechnet werden. Beispielsweise bestimmt die Sendeleistung von Mobilfunkantennen ihre Reichweite.
- Puffer können auch nur einseitig gebildet werden, z. B. Bauverbotszone um einen See.

#### Rastermodell

Die Bildung von Distanzzonen im Rastermodell weist jeder einzelnen Rasterzelle einen Distanzwert entsprechend ihrer Distanz zur nächstgelegenen „Quellenzelle“ zu. Dadurch ergibt sich ein quasi-kontinuierliches Resultat. Da der Raum also entsprechend der Distanz zu bestimmten Objekten transformiert wird, kann im Rastermodell von einer Distanztransformation gesprochen werden: Im Rastermodell kann für die Distanztransformation eine geeignete Metrik gewählt werden: euklidische Metrik, Manhattan-Metrik oder eine Metrik, die zusätzlich zur Manhattan-Metrik (4er-Nachbarschaft der Rasterzellen) auch die diagonalen Nachbarn (8er-Nachbarschaft) einbezieht. Zusätzlich können auch Wegkosten oder Wegzeiten als Kostenoberflächen berücksichtigt werden. Kostenoberflächen enthalten Informationen über den pro Zelle variierenden Aufwand, der geleistet werden muss, um eine Distanz zurückzulegen. Eine quasi-kontinuierliche Raster-Distanztransformation kann man elegant durch eine einfache Einordnung in klassierte Distanzzonen umformen (z. B. Distanzzonen bis 250m, bis 500m usw.). Die Genauigkeit des Resultats richtet sich allerdings direkt nach der Auflösung (Maschenweite) des Rasters.

|             | Vektormodell                                     | Rastermodell                       |
|-------------|--|------------------------------------|
| Bezeichnung | Distanzpuffer                                    | Distanztransformation              |
| Metrik      | euklidische Metrik liegt der Berechnung zugrunde | verschiedene Metriken sind möglich |

|                        |  |  |
|------------------------|--|--|
| <b>Modellierung</b>    | randscharfe und klare definierbare Phänomene   | Phänomene, die eher kontinuierlich über den Raum variieren               |
| <b>Distanzzonen</b>    | Verschneidung der Distanzpuffer mit polygon overlay. Zusätzliche Variationen: <ul style="list-style-type: none"><li>• Einseitige Puffer</li><li>• Gewichtete Puffer (abhängig vom Attributwert des Ausgangsobjekts)</li><li>• Form (flache/runde Enden) bei Linien</li></ul> | Klassierung der Distanztransformation (reclassify)                       |
| <b>variable Kosten</b> | unmöglich  | Einbezug von Kostenoberfläche als Aufwand der Distanzüberwindung möglich |
| <b>Genauigkeit</b>     | abhängig von der Datengenauigkeit und Rechenpräzision  | von der Auflösung des Rasters abhängig                                   |

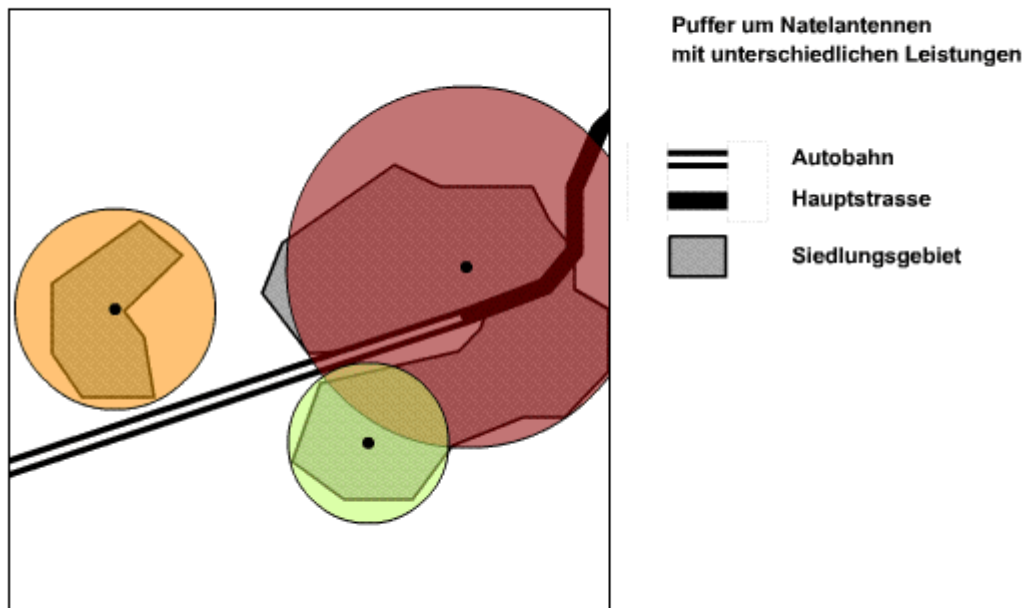
### 1.2.3. Erstellen eines Distanzpuffers

#### Vektormodell

Die konkrete Lösung für einen Distanzpuffer um eine Linie oder um Polygone besteht nicht einfach in der Bildung paralleler Linien im Abstand  $l$  vom Ausgangsobjekt, sondern benötigt in den Stützpunkten zusätzlich Kreisbögen mit dem Radius  $l$ . Die Animation zeigt die Konstruktion eines Distanzpuffers um einen Linienzug.

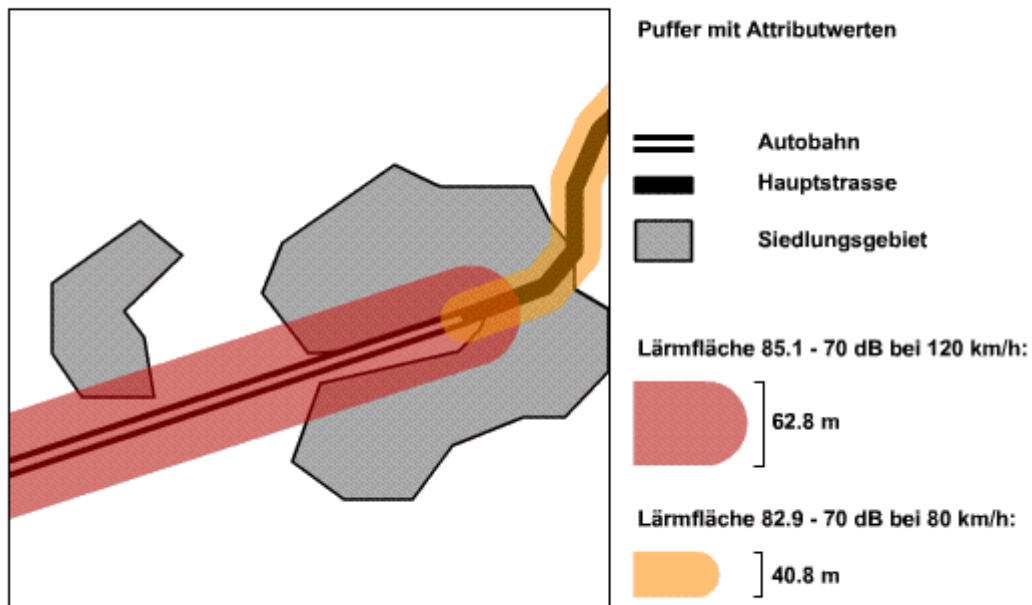
**Dieses Element (Animation, Video etc.) kann nicht dargestellt werden und ist nur in der Onlineversion sichtbar. [\[link\]](#)**

Distanzpuffer um Punkte sind Kreisflächen. Die Punkte in der folgenden Abbildung repräsentieren Standorte von Mobilfunkantennen mit unterschiedlicher Sendeleistung. Dabei ist die äusserste Linie die maximale Reichweite bei gegebener Sendeleistung. Die Distanzpuffer sind hier mit Attributwerten der Ausgangsobjekte gewichtet. Auf der Karte wird ersichtlich, welche Teile der Siedlungsfläche mit einem Empfang abgedeckt sind und welche nicht.



*Distanzpuffer um Punkte mit Attributdaten*

Die nächsten beiden Beispiele beschäftigen sich mit Distanzpuffern entlang von Linien. Die Linien sind in diesem Fall Strassen unterschiedlicher Klassen. Durch die Einteilung der Strassen ist die Höchstgeschwindigkeit bekannt: Autobahnen 120 km/h und Hauptstrassen 80 km/h. Über ein Immissions-/Emissionsmodell für Strassenlärm (vgl. [Lärmorama](#)) wurden die Distanzpuffer für einen Grenzwert von 70 dB abhängig von der erlaubten Höchstgeschwindigkeit berechnet. In das Modell fließen hauptsächlich drei Parameter ein: durchschnittliche Geschwindigkeit, durchschnittliche Anzahl Fahrzeuge pro Stunden und der Lastwagenanteil. Hindernisse usw. wurden keine berücksichtigt. Es wird davon ausgegangen, dass der Schall sich ungehindert im Raum ausbreiten kann. Die so entstandenen Flächen decken ein Gebiet ab von 85,1 dB an der Verkehrsachse und bis 70 dB an der Umrisslinie des Distanzpuffers (beziehungsweise von 82,9 dB bis 70 dB). Dies bedeutet, dass Pufferfläche nicht homogen ist bezüglich der Beschallung (Immissionswert). Häufig interessiert die Grenzlinie bzw. ein Grenzwert, der mit der Umrisslinie der Pufferfläche markiert ist. Interessant ist diese Fläche aber, wenn z. B. herausgefunden werden möchte, wie gross die Fläche (bzw. Anzahl Einwohner) des Siedlungsgebiets ist, die einem Lärm von 85,1 dB bis 70 dB ausgesetzt ist.

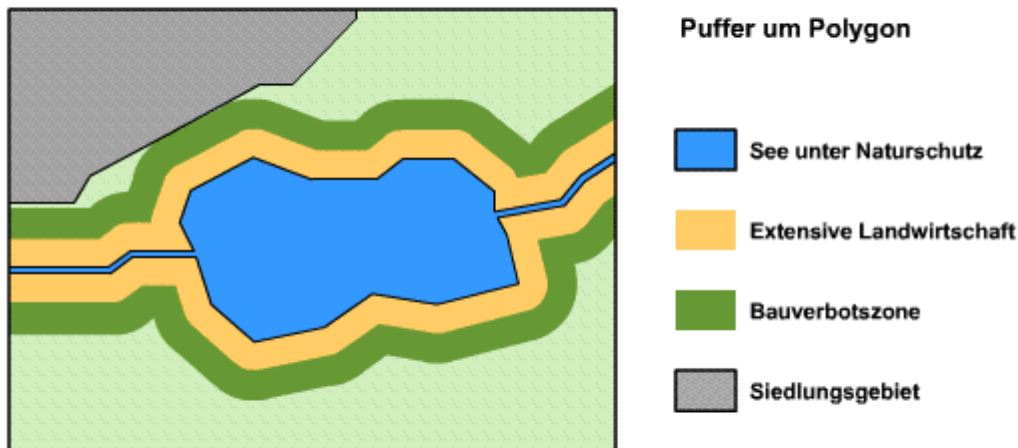


*Distanzpuffer um einen Linienzug*

Möchte man eine Abstufung bzw. Verschachtelung der Immissionswerte darstellen, müssen mehrere Distanzpuffer mit den jeweiligen Immissionswerten berechnet werden. Damit die Flächen nicht immer bei 85,1 dB beginnen, müssen sie miteinander verschnitten werden (engl. polygon overlay). Wie Flächen bzw. Polygone verschnitten werden, wird in der Lektion Eignungsanalyse besprochen.

**Dieses Element (Animation, Video etc.) kann nicht dargestellt werden und ist nur in der Onlineversion sichtbar. [\[link\]](#)**

Das letzte Beispiel zeigt einseitige Distanzpuffer, die aufgrund eines Gesetzes festgelegt wurden, das bestimmt welche Abstände um ein Naturschutzgebiet für extensive Landwirtschaft (schonender Umgang mit der Natur) und einem allgemeinem Bauverbot gelten.



*Einseitiger Distanzpuffer um Fläche*

### Rastermodell

In der Startabbildung der folgenden Animation sind Tramhaltestellen mit dem Zellenwert 7 dargestellt. Ausgehend von diesen beiden „Quellenzellen“ wird nun für jede einzelne Zelle des Rasters die Distanz zur nächstgelegenen Ausgangszelle berechnet. Am Schluss resultiert ein Raster, das aus Distanzen besteht. Die ursprünglichen Haltestellen erhalten somit die Distanz 0. Bei der dargestellten Distanztransformation liegt eine euklidische Metrik zugrunde. Die Werte können in der Animation zu Klassen zusammengefasst werden (engl. reclassify). Ein solcher distanztransformierter Raster könnte beispielsweise als Grundlage dienen, um die von der Distanz abhängigen Immissionswerte des Lärmmodells zuzuweisen. Damit würde eine quasi-kontinuierliche Oberfläche mit Lärmwerten entstehen. Die Genauigkeit und die Kontinuität des Lärmrasters sind nur von der Auflösung des Rasters abhängig. Lärmzonen könnten einfach mit einer neuen Klassierung der Immissionswerte erreicht werden.

**Dieses Element (Animation, Video etc.) kann nicht dargestellt werden und ist nur in der Onlineversion sichtbar. [\[link\]](#)**

### Grösser

In einem Rastermodell ist es auch möglich, eine Distanztransformation für Flächen oder eine beliebige Anordnung von Quellenzellen durchzuführen. Bei der hier dargestellten Zone handelt es sich um Rasterzellen gleicher Thematik, die einen Wald, codiert mit dem Wert 99, darstellen. Für jede Rasterzelle kann man nun den kürzesten Abstand zum Waldrand (gemäss der gewählten Metrik) ermitteln. Die Ergebnisse werden in einem neuen Raster eingetragen. In diesem Raster entsprechen die Werte dem Abstand vom Waldrand. Am Rand

des Waldes werden die Werte kleiner sein und werden gegen das Innere des Waldes hoch sein. In unserem Beispiel wurde eine Manhattan-Metrik gewählt. Gemäss dieser Metrik, bei der nur die direkten Nachbarn einer Zelle (4er-Nachbarschaft) berücksichtigt werden, wird diese Region schrittweise jeweils um eine Zellenbreite verdünnt, bis keine Zellen mehr übrig sind. Jeder Verdünnungsschritt wird am Schluss zu einem gemeinsamen Rasterbild addiert. Wie verschiedene Raster kombiniert werden, zeigt die Lektion Eignungsanalyse.

**Dieses Element (Animation, Video etc.) kann nicht dargestellt werden und ist nur in der Onlineversion sichtbar. [\[link\]](#)**

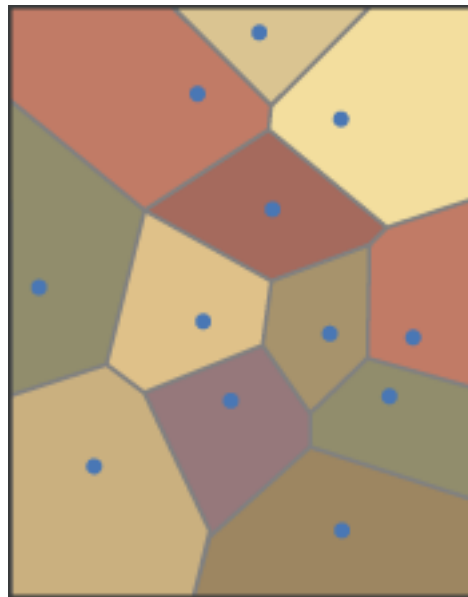
### Grösser

#### 1.2.4. Thiessen-Polygone

Thiessen-Polygone – auch Voronoi-Polygone oder Voronoi-Diagramme genannt – sind eine wesentliche Methode, um Nähe (Proximität) bzw. Nachbarschaften zu analysieren. Thiessen-Polygone (vgl. Abbildung unten rechts) können verwendet werden, wenn Regionen gesucht sind, die am nächsten zu einem Punkt aus einer Menge von unregelmässig verteilten Punkten liegen. Ein Thiessen-Polygon definiert im zweidimensionalen Fall eine Fläche um einen Punkt, in der jede Raumstelle näher an diesem Punkt liegt als an irgendeinem anderen Punkt. Solche Konstrukte können auch in höheren Dimensionen gebildet werden, wobei dann Thiessen- oder Voronoi-Polyeder entstehen statt Polygone.

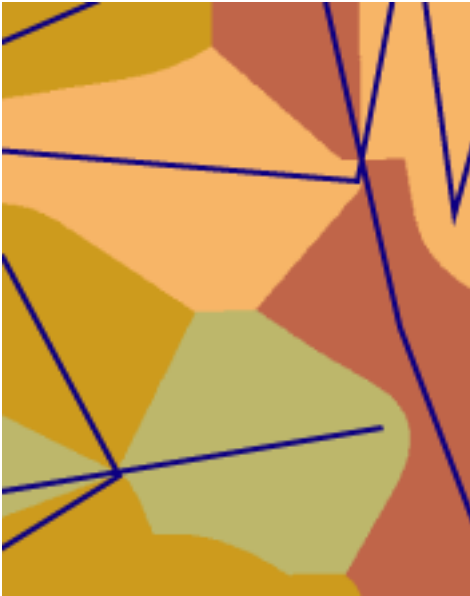


*Unregelmässig verteilte Punkte oder Stichproben*



*Punkte mit den dazugehörigen Thiessen-Polygonen*

Man kann Voronoi-Diagramme auch um Linien bilden, was dann zu komplexeren Formen führt (siehe untenstehende Abbildung). In dieser Unit beschränken wir uns jedoch auf den einfachsten und am häufigsten verwendeten Fall von Thiessen-Polygonen für Punkte. Eine weiterführende Diskussion bietet (1999).



*Rasterzellen Thiessen-Polygone konstruiert um Linienzüge*

Da Thiessen-Polygone einem in der Natur (z. B. Zellen von Pflanzen, aneinander stossende Seifenblasen) und in den Raumwissenschaften häufig beobachteten Organisationsprinzip entsprechen, sind die Anwendungsmöglichkeiten mannigfaltig. Zum Beispiel wurden Thiessen-Polygone verwendet, um aus unregelmässig und isolierten Bodenstichproben Bodenkarten zu erstellen. Dabei wurde davon ausgegangen, dass nichts weiter über den Raum zwischen den Stichproben bekannt ist und die Grenzlinie zwischen zwei Stichproben mit unterschiedlichem Bodentyp willkürlich auf halben Weg zwischen ihnen liegt (Beispiel aus (1997, S. 48)). Die Thiessen-Polygone können auch verwendet werden, um Einzugsgebiete von Geschäften oder Dienstleistungseinrichtungen abzugrenzen, wenn keine weiteren Informationen zur Verfügung stehen. Eine andere Anwendung ist der Versuch, den Einflussbereich von zentralen Orten zu definieren.

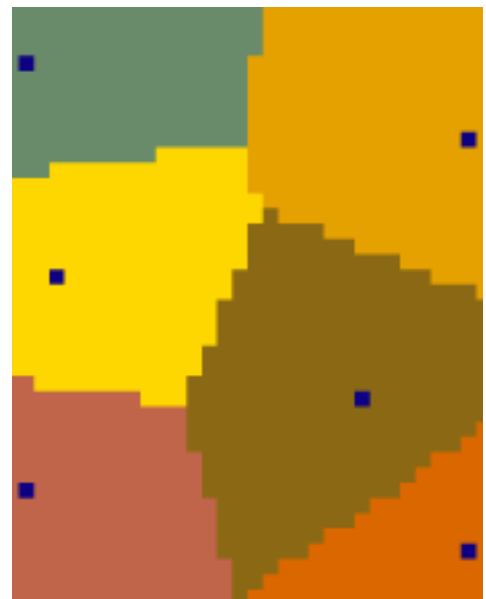
### Konstruktion von Thiessen-Polygonen

Wie werden Thiessen-Polygone konstruiert? Die Lösung liegt in ihrer geometrischen Bedeutung begründet. Da Thiessen-Polygone jeweils alle Raumstellen enthalten, die näher beim dazugehörigen Zentrum liegen als bei irgendeinem anderen Zentrum, liegt auf der Hand, dass jede Kante eines Thiessen-Polygons jeweils den geometrischen Ort aller Raumstellen auf dieser bildet, die von zwei Zentren gleich weit entfernt liegen. Weil dem so ist, können die Kanten von Thiessen-Polygonen als Mittelsenkrechte auf die Verbindungslinie  $d$  zwischen jeweils zwei Zentren gebildet werden. Mittelsenkrechte konstruiert man durch Schneiden zweier Kreise mit Radius  $d$  um die betroffenen Paare von Zentren, wie dies die Abbildung unten zeigt. Die Schnittpunkte der verschiedenen Mittelsenkrechten bilden die Eckpunkte eines Thiessen-Polygons.



*Konstruktion von Thiessen-Polygonen (Haggett et al. 1977)*

Die Ermittlung von Thiessen-Polygonen im Raster ist übrigens auch möglich. Im Raster kann zwar nicht mehr von Polygonen gesprochen werden, doch ist die Berechnung von Proximitätszonen sehr einfach zu bewerkstelligen. Von einer Anzahl von Punkten aus, gegeben als einzelne Zellen in einem Raster, kann ganz einfach eine Distanztransformation berechnet werden. Die Berechnung im Raster hat den Vorteil, dass auch sehr einfach nicht euklidische Metriken, Gewichtungsfaktoren usw. eingeführt werden können. Mehr zu diesem Thema folgt in der Lektion Erreichbarkeit des Intermediate Levels.



*Thiessen-Polygone in einem Raster mit kleiner Auflösung*

### 1.2.5. Übung

Konstruieren Sie nach gegebenen Punkten (die Sie selbst gesetzt haben) auf einem Papier die dazugehörigen Thiessen-Polygone. Was für eine **Metrik** ist der Konstruktion unterlegt?

### 1.3. Zusammenfassung

Der Raum kann unter verschiedenen Gesichtspunkten betrachtet werden. Er wird definiert als Relation zwischen räumlichen Objekten. Der Erreichbarkeit von Objekten liegen Distanzbeziehungen zugrunde. Distanzen sind im Wesentlichen von drei Bedingungen abhängig: a) von einer Metrik, b) von der Diskretisierung des Raumes (Vektor- und Rastermodell) und c) von räumlichen Einschränkungen. Distanzkonzepte sind nicht nur auf metrische Einheiten beschränkt, sondern können auch durch zeitliche Einheiten oder durch Kosten ausgedrückt werden. Dabei geht es in dieser Lektion hauptsächlich um uneingeschränkte Distanzbeziehungen bzw. um die Erreichbarkeit von Objekten, also gleichsam querfeldein ohne weitere Behinderung der Bewegung.

Die verschiedenen Arten der einfachen Distanzberechnung beziehen sich auf die drei geometrischen Primitiven Punkt, Linie und Fläche im zweidimensionalen Fall. So können für alle Kombinationen dieser drei Primitiven auf verschiedene Arten Distanzen ermittelt werden. Es zeigt sich dabei, dass für den Fall Linie-zu-Linie die Distanzberechnung zu keiner eindeutigen Lösung führt. Eine Erweiterung der Distanzberechnung ist die Bildung von Distanzzonen. Mit dieser Funktion werden Distanzwerte ausgehend vom nächsten Bezugsobjekt zugewiesen. Beim Rastermodell werden sie als Distanztransformationen bezeichnet und beim Vektormodell als Distanzpuffer. In der Analyse von Proximität werden Thiessen-Polygone verwendet. Innerhalb dieser Polygone ist jede Raumstelle näher bei ihrem Zentrum als bei einem beliebig anderen Zentrum. Dabei sind die Kanten der Thiessen-Polygone die Mittelsenkrechten auf der Verbindungslinie zwischen zwei Zentren. Die Schnittpunkte der verschiedenen Mittelsenkrechten bilden die Eckpunkte der Polygone.

## 1.4. Literaturempfehlungen

- **Jermann, J.**, 2002. Potenzialanalyse von ÖV-Haltestellen - Ein Vergleich verschiedener Ansätze. In: *GISSIT*, 19.–21. März 2002, *ETH Zürich*. Zürich.  
Herunterladen: [../download/jermann.pdf](#)
- **Spiekermann, K.**, 1999. Visualisierung von Eisenbahnreisezeiten – Ein interaktives Computerprogramm. *Berichte aus dem Institut für Raumplanung*, 45, Dortmund: Institut für Raumplanung, Universität Dortmund.  
Herunterladen: <http://www.raumplanung.uni-dortmund.de/irpud/pro/visual/ber45.pdf>
- **Worboys, M.F.**, 1996. Metrics and topologies for geographic space. In: **Kraak, M.J., Molenaar, M.**, ed. *Advances in Geographical Information Systems Research II: Proceedings of the International Symposium on Spatial Data Handling*. Delft: International Geographical Union.  
Herunterladen: <http://www.spatial.maine.edu/~worboys/mywebpapers/sdh1996.pdf>

### 1.5. Glossar

**Isochronenkarten:**

Isochronenkarten stellen durch Isolinien die Reisezeiten zu oder von einem Ausgangspunkt dar und machen dadurch verkehrsgünstige bzw. -ungünstige Räume erkennbar (Hake et al. 2002)

**Rastermodell:**

Datenstruktur die räumlichen Objekten in gleich grosse Rasterzelle zerlegt. Es eignet sich besonders, um kontinuierliche physikalische Phänomene zu modellieren.

**Raum:**

Die Menge von Objekten, denen Merkmale zugeordnet sind, zusammen mit einer Beziehung oder Beziehungen, die auf diese Menge definiert wird oder werden.

**Vektormodell:**

Datenstruktur die auf gerichteten Strecken (Vektoren) in einem Koordinatensystem basiert. Basisdatentypen sind Punkt, Linie und Fläche. Durch eine Liste von x,y-Koordinaten wird jedes Objekt exakt beschrieben. Die Semantik wird den geometrischen Elementen zugeordnet indem im Vektormodell Verknüpfungen explizit definiert werden.

**Zeitkarten:**

Karten deren Elemente so dargestellt werden, dass die Abstände zwischen den Punkten auf der Karte nicht mehr proportional zur räumlichen Distanz zwischen ihnen sind, wie bei topographischen Karten, sondern proportional zu den Reisezeiten zwischen ihnen. Der Kartenmassstab wird also nicht durch Raumeinheiten, sondern durch Zeiteinheiten gebildet.

## 1.6. Bibliographie

- **Bartelme, N.**, 2000. *Geoinformatik - Modelle, Strukturen, Funktionen*. Berlin: Springer-Verlag.
- **Bivand, R.** (2002). *From Attribute to Geography - Distance, Neighbourhood, Slope and Aspect* [online]. Bergen, Norwegen.  
Herunterladen: [../download/bivand\\_2002/index.html](http://download/bivand_2002/index.html)
- **Boots, B.**, 1999. Spatial Tessellations. In: **Longley, P.; Goodchild, M.F.; Maguire, D.J. und Rhind, D.W.**, ed. *Geographical Information Systems*. New York, etc.: John Wiley & Sons.
- **Environmental Systems Research Institute ESRI**, 1997. *Understanding GIS: the ARC/INFO method*. Cambridge: GeoInformation International.
- **Garrison, W.L.**, 1968. Connectivity of the interstate highway system. In: **Berry, Brian J.L.; Marble, Duane F.**, ed. *Spatial analysis: A reader in statistical geography*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- **Gatrell, A.C.**, 1991. Concepts of space and geographical data. *Geographical Information Systems*, 1, 119-134.
- **Haggett, P.; Cliff, A.D.; Frey, A.**, 1977. *Locational Analysis in Human Geography*. New York: Wiley.
- **Hake, G., Grünreich, D., Meng, L.**, 2002. *Kartographie*. Berlin: Walter de Gruyter & Co.
- **Jermann, J.**, 2002. Potenzialanalyse von ÖV-Haltestellen - Ein Vergleich verschiedener Ansätze. In: *GISSIT, 19.-21. März 2002, ETH Zürich*. Zürich.  
Herunterladen: [../download/jermann.pdf](http://download/jermann.pdf)
- **Jones, Ch.**, 1997. *Geographical Information Systems and Computer Cartography vol. 1*. Harlow, Essex: Addison Wesley Longman.
- **Sedgewick, R.**, 1998. *Algorithmen*. Bonn: Addison-Wesley.
- **Spiekermann, K.**, 1999. Visualisierung von Eisenbahnreisezeiten – Ein interaktives Computerprogramm. *Berichte aus dem Institut für Raumplanung*, 45, Dortmund: Institut für Raumplanung, Universität Dortmund.  
Herunterladen: <http://www.raumplanung.uni-dortmund.de/irpud/pro/visual/ber45.pdf>
- **Transport for London** (2005). *Tube Maps of London* [online]. London: Mayor of London. Available from: <http://www.tfl.gov.uk/maps/track/tube> [Accessed 25.04.2016].  
Herunterladen: [../download/london\\_tube.pdf](http://download/london_tube.pdf)
- **VBZ** (2008). *Liniennetz der Verkehrsbetriebe Zürich* [online]. Zürich: H+A Eggmann Design. Available from: <http://www.stadt-zuerich.ch/vbz/de/index/fahrplan/liniennetzplaene.html> [Accessed 25.04.2016].  
Herunterladen: [../download/vbz\\_linienetz\\_08.pdf](http://download/vbz_linienetz_08.pdf)
- **Weibel, R., Brassel, K.**, 2002. *Grundlagen der geographischen Informationsverarbeitung*. Zürich: Geographisches Institut der Universität Zürich (unveröffentlichtes Manuskript).
- **Worboys, M.F.**, 1996. Metrics and topologies for geographic space. In: **Kraak, M.J., Molenaar, M.**, ed. *Advances in Geographical Information Systems Research II: Proceedings of the International Symposium on Spatial Data Handling*. Delft: International Geographical Union.  
Herunterladen: <http://www.spatial.maine.edu/~worboys/mywebpapers/sdh1996.pdf>